

## DIRECTIONAL DERIVATIVE AND GRADIENT OF A MULTIVARIABLE FUNCTION

Xoshimova Dilobar Kuchkarovna

ShdPI o'qituvchisi

E-mail: hoshimovadilobar321@gmail.com

### Annotation

Nowadays, the science of mathematics is rapidly developing and is applied to almost all sciences and directions, such as physics, economics, engineering and biology. In particular, since the physical-mechanical meaning of the derivative is speed, the meaning of special derivatives of co-variable function is correspondingly the speed in the direction of coordinate axes. It can be seen that not only in the direction of the coordinate axes, that is, the speed of the viewed material point in any direction can be calculated.

**Keywords:** private derivation, average velocity, angle coefficient of velocity, function, multiplication, differential.

### Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning yo'nalish bo'yicha hosilasi va gradiyenti

#### Annotatsiya

Hozirgi kunda matematika fani jadal rivojlanib, fizika, iqtisod, texnika, kimyo, biologiya, kabi deyarli barcha fanlar va yo'nalishlarga tatbiq qilinmoqda. Jumladan, hosilaning fizik-mexanik ma'nosi tezlik ekanidan, ko'p o'zgaruvchili funksiya xususiy hosilalarining ma'nosi ham mos ravishda, koordinata o'qlari yo'nalishidagi tezlikdir. Ko'rish mumkinki, faqatgina koordinata o'qlari yo'nalishida emas, ya'ni ko'rilayotgan moddiy nuqtaning ixtiyoriy yo'nalishi bo'yicha tezligini hisoblash mumkin.

**Kalit so'zlar:** xususiy hosila, o'rtacha tezlik, oniy tezlik, urinmaning burchak koeffitsiyenti, funksiya, ortirma, differensial.

#### Xususiy hosilaning geometrik ma'nosi.

Faraz qilaylik  $OXY$  tekisligidagi biror  $D$  soxada  $M_0(x_0, y_0)$  nuqta va  $f(x, y)$  funksiya berilgan bo'lsin.

**Ta'rif 1.** Agar  $\forall \varepsilon > 0$  uchun shunday  $\delta > 0$  soni topilib,  $\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} < \delta$  tengsizligini qanoatlantiruvchi barcha  $M(x, y)$  nuqtalar uchun  $|f(x, y) - b| < \varepsilon$  tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $b$  soni  $f(x, y)$  funksiyaning  $M_0(x_0, y_0)$  nuqtadagi limiti deyiladi va  $\lim_{M \rightarrow M_0} f(x, y) = b$ ,  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = b$

ko'rinishida yoziladi. Bunda, agar  $b = f(x_0, y_0)$  bo'lsa,  $f(x, y)$  funksiya  $M_0(x_0, y_0)$  nuqtada

uzluksiz deyiladi. Agar funksiya soxaning barcha nuqtalarida uzluksiz bo'lsa,  $f(x, y)$  funksiya  $D$  da uzluksiz deyiladi.

Agar  $z = f(x, y)$  funksiyada  $y = \text{const}$  o'zgarimas desak,  $z$  funksiya faqat  $x$  o'zgaruvchining funksiyasi bo'ladi. Bu xolda erkli o'zgaruvchi  $x$  ga  $\Delta x$  ortirma berib, funksiyaning xosil bo'ladigan  $x$  bo'yicha xususiy  $\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$  orttirmasini  $\Delta x$  ga nisbatining  $\Delta x$  nolga intilgandagi limitiga funksiyaning  $x$  bo'yicha xususiy xosilasi deyiladi va

$$z_x', f_x'(x, y), \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial x}$$

kabi belgolanadi. Demak, ta'rifga ko'ra:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \quad (1)$$

Xuddi shunday funksiyaning  $y$  bo'yicha xususiy xosilasi

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \quad (2)$$

kabi ta'riflanib,  $z_y', f_y'(x, y), \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial y}$  ko'rinishida belgilanadi.

Xuddi shu shaklda limit, uzluksizlik va xususiy xosila tushunchalari uch va undan ko'p o'zgaruvchili funksiyalar uchun ham beriladi.

Misollar.

1. Ikki o'zgaruvchili  $z = x^2 u + x u^2$  funksiyaning xususiy hosilalari

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xu + u^2, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + 2xu. \quad (3)$$

2. Uch o'zgaruvchili  $u = xy^2 + yz^2 + zx^2$  funksiyaning xususiy hosilalari

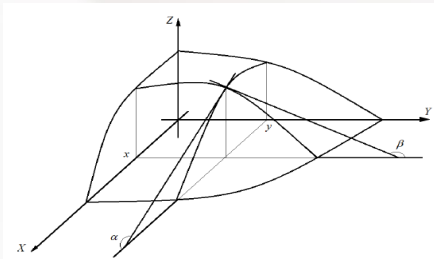
$$\frac{\partial u}{\partial x} = y^2 + 2xz, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = z^2 + 2xu, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = x^2 + 2yz. \quad (4)$$

Uch o'lchovli  $R^3$  fazoda sirt o'zining  $z = f(x, u)$  tenglamasi bilan berilgan bo'lsin. Aniqlanish sohasi  $D$  ning har bir nuqtasida  $z_x'$  va  $z_y'$  xususiy hosilalar mavjud bo'lsin. Qaralayotgan  $(x_0, u_0) \in D$  nuqtada  $f_x'(x_0, u_0)$  va  $f_y'(x_0, u_0)$  xususiy hosilalarning geometrik ma'nosini aniqlaymiz. Ta'rifga ko'ra  $f_x'(x_0, u_0)$  qiymat, bir o'zgaruvchili  $f(x, u_0)$  funksiya  $f_x'(x, u_0)$  hosilasining  $x = x_0$

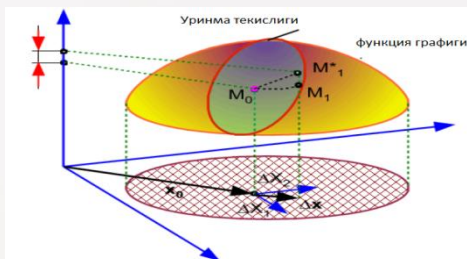
nuqtadagi qiymati, ya'ni  $f_x'(x_0, u_0) = \left. \frac{df(x, y_0)}{dx} \right|_{x=x_0}$  bo'ladi. Bu esa, bitta  $x$  o'zgaruvchining

hosilasi sifatida  $f(x, u_0)$  egri chiziqning  $x = x_0$  nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyentidan iborat.  $\varphi(x) = f(x, u_0)$  egri chiziq esa  $z = f(x, u)$  sirt bilan  $u = u_0$  tekislikning kesishishidan hosil bo'ladi. Shunday qilib  $f_x'(x_0, u_0)$  qiymat  $z = f(x, u)$  sirt bilan  $u = u_0$  tekislik kesishish egri chizig'ining  $x = x_0$  nuqtasiga o'tkazilgan urinma bilan  $Ox$  o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak tangensidan iborat:  $f_x'(x_0, u_0) = \text{tg} \alpha$ .  $f_y'(x_0, u_0)$  ning geometrik ma'nosi ham xuddi shunday aniqlanadi:  $f_u'(x_0, u_0)$  qiymat  $z = f(x, u)$  sirt bilan  $x = x_0$  tekislik

kesishish egri chizig'ining  $u=u_0$  nuqtasiga o'tkazilgan urinma bilan  $Ou$  o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak tangensidan iborat:  $f'_u(x_0, u_0)=\text{tg}\beta$ .



1-rasm



2-rasm

Xuddi bir o'zgaruvchili funksiyada bo'lgani kabi ko'p o'zgaruvchili funksiyalarda ham differensial tushunchasi kiritiladi. Shunda, masalan, ikki o'zgaruvchili funksiyada funktsiyaning to'la differensialning geometrik ma'nosi ko'rilayotgan nuqtada o'tkazilgan urinma tekisligidir. Urinma tekisligining tenglamasi quyidagicha:

$$z - f(x_0, y_0) = f'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f'_y(x_0, y_0)(y - y_0). \quad (5)$$

**Yo'nalish bo'yicha hosila.** Ma'lumki,  $y = f(x)$  funktsiyaning  $\frac{dy}{dx}$  hosilasining fizik-mexanik

ma'nosi tezlikdir. Xuddi shu kabi ikki o'zgaruvchili  $z = f(x, y)$  funktsiyaning ham har ikkala

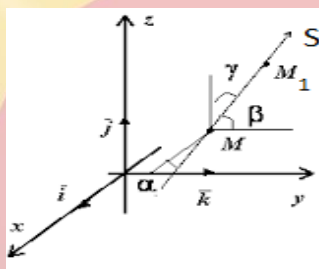
xususiy  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  hosilalari  $z = f(x, y)$  funktsiyaning (ya'ni shu qonun bo'yicha

harakatlanayotgan obyektning)  $OX, OY$  o'qlari bo'yicha tezligini anglatishini ko'rsatish

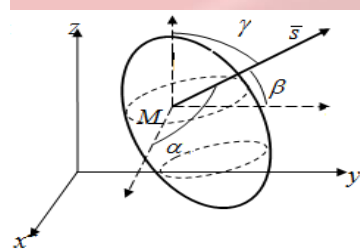
mumkin. Masalan, osmonga uchirilgan raketa trayektoriyasi yo'nalishida  $v=8\text{km}/\text{sek}$  tezlikga ega bo'lsa, boshqa yo'nalishlarga nisbatan esa tezligi farqli bo'ladi. Yetarlicha uzoqdan turib kuzatayotgan odamga nisbatan raketa joyida turganday ko'rinadi, ya'ni odamdan raketaga yo'nalgan yo'nalishda  $v=0$  kabi bo'ladi.



3-rasm



4-rasm



5-rasm

$u=f(x, y, z)$  funktsiyaning  $M(x, y, z)$  va  $M_1(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)$  nuqtalarda qaraylik.  $M$  va  $M_1$  nuqtalarni tutashtirib  $\vec{S}$  vektorni hosil qilaylik. Shu vektor koordinata o'qlari bilan mos ravishda  $\alpha, \beta, \gamma$  burchaklar tashkil etsin. Bu burchaklarning kosinuslariga  $\vec{S}$  vektorining yo'naltiruvchi kosinuslari deb ataladi.  $\vec{S}$  vektorida  $M$  va  $M_1$  lar orasidagi masofani  $\Delta S$  kabi belgilaymiz:  $\Delta S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ .  $u=f(x, y, z)$  funktsiya uzluksiz bo'lib, uzluksiz xususiy hosilalariga ega bo'lsin. U xolda quyidagi o'rinlidir:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \Delta z + \varepsilon_1 \Delta x + \varepsilon_2 \Delta y + \varepsilon_3 \Delta z, \quad (6)$$

bu yerda  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  lar  $\Delta S \rightarrow 0$  bo'lgandagi cheksiz kichik miqdordir. Geometrik shakldan

$$\frac{\Delta x}{\Delta S} = \cos \alpha; \quad \frac{\Delta y}{\Delta S} = \cos \beta; \quad \frac{\Delta z}{\Delta S} = \cos \gamma;$$

ekanini ko'rish qiyin emas. Bundan esa quyidagi formula kelib chiqadi:

$$\frac{\Delta u}{\Delta S} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma + \varepsilon_1 \cos \alpha + \varepsilon_2 \cos \beta + \varepsilon_3 \cos \gamma;$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta S} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma \quad (7)$$

Ta'rif 2.  $\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta S}$  limitning qiymatiga  $u=f(x, y, z)$  funksiyani  $M(x,y,z)$  nuqtadan  $\vec{S}$  vektor yo'nalishi bo'yicha olingan hosilasi:

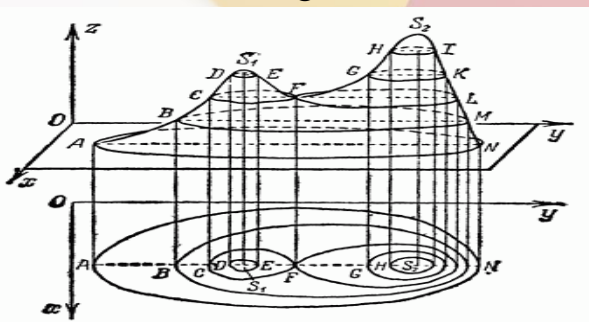
$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma \quad \text{formula funksiyaning } \vec{S} \text{ vektor yo'nalishi bo'yicha}$$

xosilasi. Uning geometrik ma'nosi:  $u=f(x, y, z)$  funksiyaning  $M(x,y,z)$  nuqtadan  $\vec{S}$  vektor yo'nalishi bo'yicha tezligining o'zgarishini bildiradi.

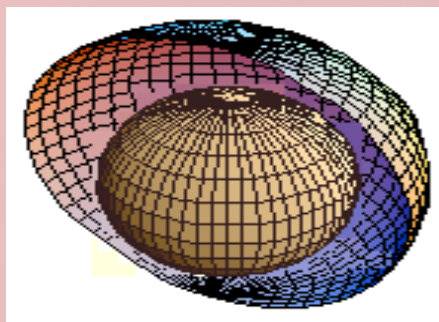
### Gradiyent.

Agar berilgan fazoning biror qism fazosining (fazoning o'ziga xam teng bo'lishi mumkin) har bir nuqtasiga biror qonununiyat bo'yicha "I" – fizik miqdorning ma'lum bir qiymati mos qo'yilgan bo'lsa, bu qism fazo maydon deb ataladi. Bunda agar "I" – fizik miqdor skalyar miqdor bo'lsa, maydon skalyar maydon deyiladi. Uch o'lchovli  $\square^3$  fazoda (dekart koordinatalar sistemasi) skalyar maydonni aniklash  $u=f(x, y, z)$  kabi uch o'zgaruvchili funksiyani aniqlash bilan teng kuchlidir. Temperaturalar maydoni; elektr potentsiallar maydoni va og'irlik tortishish maydoni – bular fizik maydonlarga misol bo'ladi.

C – o'zgarmas son uchun  $u=f(x, y, z)=C$  tenglik sirtning C ga mos keluvchi sirt satxi deyiladi. Ikki o'zgaruvchili  $z=f(x,y)$  funksiya uchun  $z=f(x,y)=C$  tenglik chiziq satxi jeyiladi. Masalan, funksiyani OXY–tekisligidagi chiziq satxi quyidagi shaklda ko'rsatilgani kabi sirtning shu tekislik bilan kesishgan chiziqlari bo'ladi. Sirtning chiziq satxilari ma'lum bo'lsa sirtning xarakterini o'rganish nisbatan onsonroq bo'ladi. Shaklda sirtning  $z=C$  tekisliklari bilan kesishmasi ko'rsatilgan.



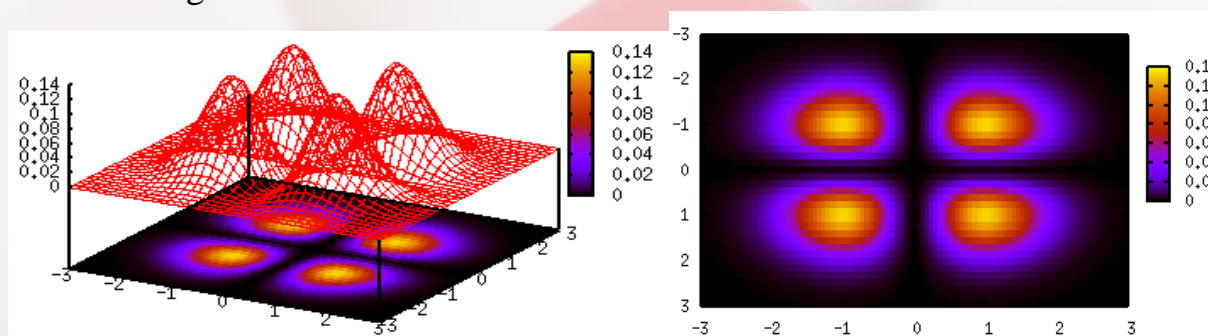
6-rasm



7-rasm

Faqtgina markaz deb ataluvchi biror qo'zg'almas nuqttagacha bo'lgan masafa  $r$  dan bog'imli bo'lgan skalyar maydonga sferik skalyar maydon deyiladi.  $\square^3$  fazoda  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  funksiya sferik skalyar maydonni tasvirlab, uning sirt satxilari markazi markaz nuqtasida bo'lgan konsentrik sferalardan iborat:

MathLab programmasida sirtlar, ularning chiziq satxilarini kerakli saviyada chizdirish mumkin. Masalan, quyida  $z = x^2 e^{-x^2} y^2 e^{-y^2}$  funksiyaning (sirtning) grafigi bilan chiziq satxilari shakllantirilgan:



8-rasm

9-rasm

Fizik va matematiklardan tashqari sirt va chiziq satxilari bilan, masalan, bir xil balandlik (izogip) yoki pastlik (izobat) lar satxini ko'rsatish uchun geodezistlar va kadastr-kartograflar bu tushunchalarni ishlatishadi. Yoki, masalan, meteorologiyada chiziq satxi bilan bir xil temperatura (izoterma) va bosim (izobara) saviyalari ko'rsatiladi, v.x.k.

Endi uch o'zgaruvchili  $u=f(x, y, z)$  funksiya qaytaylik. Berilgan nuqtada ma'lum bir yo'nalish bo'yicha xosilasini (tezligini) topishni yuqorida ko'rdik. Tabiiy ravishda shunday savol tug'ilishi mumkin: "berilgan sirt ma'lum nuqtada qaysi yo'nalishga ko'ra tezroq o'sadi (yoki kamayadi)?" YA'ni, fizik-mexanik tilda, moddiy nuqta berilgan momentda qaysi yo'nalish bo'yicha eng katta tezlik bilan xarakterlanadi va shu tezlik nimaga teng? Yoki bo'lmasi,  $u=f(x, y, z)$  funksiya fazodagi biror jismning har bir nuqtasidagi temperaturasini bildirsa, yo'nalish bo'yicha xosilasi shu yo'nalish bo'yicha jismning qaralayotgan nuqtadagi isishi yoki sovushi tezligini bildiradi. Shunda: "qaysi yo'nalishda jism qaralayotgan nuqtada eng tez isiydi yoki soviydi?" kabi savol tug'ilishi tabiiydir. Bu savollarga javob berish maqsadi quyidagi tushunchani kiritamiz.

**Ta'rif 2.** Differentsiallanuvchi  $u=f(x, y, z)$  funksiya bilan berilgan skalyar maydonning  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  nuqtadagi **gradiyenti** deb

$$\text{grad}(u)(M_0) = \nabla(u)(M_0) = \frac{\partial u}{\partial x}(M_0)\vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y}(M_0)\vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z}(M_0)\vec{k} \quad (8)$$

kabi berilgan vektorga aytiladi ( $\nabla$  simvol *nabla* deb o'qiladi).

**Gradiyent** – lotincha: *gradiens//gradientis* — qadam tashlovchi, o'suvchi (shagayushiy, rastushiy) ma'nosini bildirib, bu so'z ilk avval meteorologiyada paydo bo'lib, uni

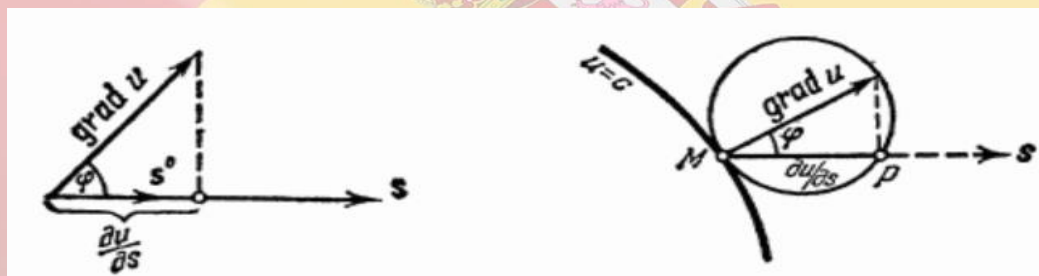
matematikaga qisqartirilgan grad shakli bilan 1873 yilda Maksvell kiritgan. Djejms Klerk Máksvell (angl. James Clerk Maxwell; 1831, Edinburg, Shotlandiya —1879, Kembridj, Angliya) — biritaniyalik fizik, mexanik va matematik. Klassik elektrodinamika asosini yaratilishida, hamda fizikaga tokning siljishi va elektromagnit maydon tushunchalarini kirib kelishida ulkan xissasi bo‘lgan.

Quyidagi teorema gradiyent va yo‘nalish bo‘yicha xosila tushunchalari orasidagi bog‘lanishni ko‘rsatadi.

**Teorema 1.**  $u=f(x, y, z)$  funksiyaning  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  nuqtadagi  $\vec{S}$  vektori bo‘yicha olingan  $\frac{\partial u}{\partial S}(M_0)$  yo‘nalish bo‘yicha xosilasi funksiyaning shu nuqtadagi  $grad(u)(M_0)$  gradiyentning  $\vec{S}$  vektoriga proyeksiyasiga teng.

*Isbot.* Birlik  $\vec{S}=\vec{i} \cos \alpha+\vec{j} \cos \beta+\vec{k} \cos \gamma$  vektori bilan  $grad(u)$  gradiyent vektorining skalyar ko‘paytmasini qaraylik:

$$\begin{aligned} grad(u) \cdot \vec{S} &= \left( \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k} \right) (\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma) = \\ &= \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma \end{aligned}$$



10-rasm

Oxirgi tenglikning o‘ng tomoni yo‘nalish bo‘yicha hosilani beradi. Demak:

$$grad(u) \cdot \vec{S} = \frac{\partial u}{\partial S}$$

Agar  $grad(u)$  va  $\vec{S}$  lar orasidagi burchakni  $\varphi$  kabi belgilasak,

$$|grad(u)| \cdot \cos \varphi = \frac{\partial u}{\partial S} \quad (9)$$

hosil bo‘ladi, yoki  $pr_s \cdot grad(u) = \frac{\partial u}{\partial S}$ . Teorema isbotlandi.

Gradiyentning ba’zi xossalari.

1) Xuddi differensial kabi quyidagilar o‘rinli (qulaylik uchun  $grad$  ni o‘rniga  $\vec{\nabla}$  ni ishlatamiz):

i)  $\vec{\nabla}(u \pm v) = \vec{\nabla}(u) \pm \vec{\nabla}(v)$

ii)  $\vec{\nabla}(\lambda u) = \lambda \vec{\nabla}(u)$

iii)  $\vec{\nabla}(uv) = \vec{\nabla}(u)v + u\vec{\nabla}(v)$

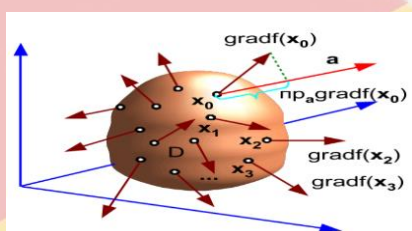
iv)  $\vec{\nabla}(f(u)) = f'(u)\vec{\nabla}(u)$

Bu to'rtta xossaning isboti gradiyent ta'rifidan bevosita kelib chiqadi.

2) Gradiyentga perpendikulyar bo'lgan vektor bo'yicha olingan yo'nalish bo'yicha xosila nolga teng.

Haqiqatdan ham,  $\varphi = 90^\circ$  ekanidan  $\cos \varphi = \cos 90^\circ = 0$  bo'lib,  $|grad(u)| \cdot \cos \varphi = \frac{\partial u}{\partial S}$

formulasiga ko'ra  $\frac{\partial u}{\partial S} = 0$  bo'ladi.



11-rasm

3) Yo'nalish bo'yicha xosila o'zining eng katta qiymatiga gradiyent yo'nalishi bo'yicha olingan xosilasida erishadi.

Chunki  $|grad(u)| \cdot \cos \varphi = \frac{\partial u}{\partial S}$  ifoda o'zining eng katta qiymatiga  $\varphi = 0^\circ$  da erishadi.

Oxirgi xossadan juda muxim shunday natija kelib chiqadi:

Gradiyent – bu funksiyaning ko'rilayotgan nuqtadagi eng katta o'sish yo'nalishini ko'rsatuvchi vektordir, va uning moduli shu o'sish tezligiga tengdir.

Boshqacha qilib aytganda, Gradiyent – bu funksiyaning berilgan nuqtadagi eng katta tezlik bilan o'zgarishi yo'nalishi va tezligini bildiruvchi xarakteristikadir.

Masalan, agar yer sirtining dengiz satxidan balandligini qaraydigan bo'lsak, u xolda yer sirtining har bir nuqtasidagi gradiyenti shu joydagi eng keskin ko'tarilish yo'nalishini ko'rsatib, o'zining qiymati bilan esa nishab qiyaligini bildiradi.

Bunda eng katta tezlik bilan o'zgarishi tezligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$|grad(u)(M_0)| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2(M_0) + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2(M_0) + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2(M_0)} \quad (10)$$

**Misol.**  $u = x^2 + y^2 + z^2$  funksiyaning  $M(1,1,1)$  nuqtada  $\vec{S} = 0.5\vec{i} + \vec{j} + 0.5\vec{k}$  vektori yo'nalishi bo'yicha tezligini topib, berilgan nuqtada qaysi yo'nalish bo'yicha eng katta tezlik bilan xarakatlanishini toping.

Yechish. Berilgan nuqtada xususiy xosilalarni qiymatlarini xisoblaymiz:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(M) = 2x|_M = 2, \quad \frac{\partial u}{\partial y}(M) = 2y|_M = 2, \quad \frac{\partial u}{\partial z}(M) = 2z|_M = 2,$$

Birlik vektorini topib, yo'naltiruvchi kosinuslarini xisoblaymiz:

$$\vec{e} = \frac{0.5\vec{i} + \vec{j} + 0.5\vec{k}}{\sqrt{(0.5)^2 + 1^2 + (0.5)^2}} = \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}.$$

U holda  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$ ,  $\cos \beta = \frac{2}{\sqrt{6}}$ ,  $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{6}}$  bo'lib, yo'nalish bo'yicha xosila formulasiga

ko'ra:

$$\frac{\partial u}{\partial S} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} + 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{8}{\sqrt{6}}$$

Demak, funksiyani  $M(1,1,1)$  nuqtada  $\vec{S} = 0.5\vec{i} + \vec{j} + 0.5\vec{k}$  vektori yo'nalishi bo'yicha tezligi

$$V_M = \frac{8}{\sqrt{6}} \text{ ekan.}$$

Endi shu nuqtada qaysi yo'nalish bo'yicha eng katta tezlik bilan xarakatlanishini, ya'ni gradiyentini topamiz. Yuqoridagi hisoblashlarga ko'ra:

$$\text{grad}(u)(M) = (2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k})|_M = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} = (2, 2, 2)$$

bo'lib,  $|\text{grad}(u)(M)| = \sqrt{4+4+4} = 2\sqrt{3}$  dir. Demak,  $u = x^2 + y^2 + z^2$  funksiya  $M(1,1,1)$  nuqtada  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$  vektori yo'nalishi bo'yicha eng katta tezlik  $V_{M,\max} = 2\sqrt{3}$  bilan xarakatlanar ekan.

Xulosa. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarni o'rganish orqali, ularning hosilalari, ularning fizik va geometrik ma'nolarini bilish va ularni tatbiq qilish juda muhim. Sath sirtlarini va ularning ustida yotuvchi chiziqlarni bir nechta kompyuter dasturlari orqali yechish, grafik va shakllarni chizish mumkin.

Matematik misol-masalalarni yechish, grafik va shakllarini chizdirish uchun aslida bir necha kompyuter dasturlari mavjud bo'lib, ulardan Matlab, Matematika, MatCad, Maple dasturlarni aytib o'tishimiz mumkin. hatto-ki, matematiklar uchun juda yaxshi tanish TeX va LaTeX programmalari orqali ham istalgan funksiyaning grafik va shakllarini chizdirish mumkin. Loyixada, quyida mavzuga tegishli grafik va shakllarni Matlab dasturi orqali chizish xaqida baxs etamiz.

#### Adabiyotlar:

- 1.Xudayberganov G., Vorisov A.K., Mansurov X.T., Shoimqulov B.A. "Matematik analizdan ma'ruzalar", I, II q. T. "Vorish-nashriyot". 2010.
- 2.T.Azlarov, H.Mansurov."Matematik analiz asoslari". Toshkent "Universitet" 2-qism 2007.
- 3.Ataxanov K. va boshqalar "Matematik analizdan misol va masalalar to'plami".- Toshkent:,2005.
- 4.A.U.Abdusamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov. "Algebra va matematik analiz asoslari akademik litseylar uchun darslik" II-qism Toshkent "O'qituvchi" 2005

5. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. Письменный Д.Т.4-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2006. — 608 с.

6. Атаханов К. ва бошқалар “Математик анализдан мисол ва масалалар тўплами”.- Тошкент:,2005.

